Pemanfaatan Python dalam Penyelesaian SPL dengan Metode Iterasi Jacobi dan Gauss-Seidel

Dhea Chlarista Ardhani*[1], Nur Hidayati Solikah[2], Ari Wibowo[3]
[1,2,3] Fakultas Ilmu Tarbiyah, UIN Raden Mas Said Surakarta
e-mail: *[1]dheardhani286@gmail.com , [2]nurhiss364@gmail.com , [3]ari.wibowo@staff.uinsaid.ac.id

Abstract. *This research aims to solve systems of linear equations using the Jacobi and Gauss-Seidel iterative methods implemented in Python. The study begins with a literature review to deepen the understanding of both methods. Algorithms for each method are developed and applied to a predefined system of linear equations to observe the iteration process and convergence. The results of the study show that systems of linear equations can be solved using the Jacobi and Gauss-Seidel iterative methods. Error analysis indicates that the Gauss-Seidel method yields more precise results compared to the Jacobi iterative method. The Gauss-Seidel method also requires fewer steps to complete the computation.*

Keyword: *Jacobi Iteration, Gauss-Seidel Iteration, Linear Systems, Python, Numerical Methods.*

Abstrak. *Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier menggunakan metode iterasi Jacobi dan Gauss-Seidel yang diimplementasikan dalam Python. Studi dimulai dengan tinjauan pustaka untuk memperdalam pemahaman terkait kedua metode. Algoritma untuk masing-masing metode dikembangkan dan diterapkan pada sistem persamaan linier yang telah ditentukan untuk mengamati proses iterasi dan konvergensi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa permasalahan sistem persamaan linier dapat diselesaikan menggunakan metode iterasi jacobi dan iterasi gauss-seidel. Analisis galat menunjukkan bahwa metode gauss seidel menghasilkan hasil yang lebih presisi dibandingkan metode iterasi jacobi. Metode gauss-seidel juga membutuhkan Langkah pengerjaan yang lebih sedikit.*

Kata Kunci: *Iterasi Jacobi, Iterasi Gauss-Seidel, Sistem Linier, Python, Metode Numerik.*

PENDAHULUAN

Pendidikan adalah suatu proses pembelajaran yang berlangsung secara terencana dan disadari sepenuhnya, dengan tujuan utama untuk meningkatkan kualitas hidup manusia. Melalui pendidikan, manusia dikembangkan dalam berbagai aspek agar mampu menjalankan peran dan tanggung jawabnya secara utuh sebagai makhluk sosial. Pendidikan bukan hanya sekadar transfer ilmu pengetahuan, tetapi juga merupakan proses pembentukan karakter dan pengembangan potensi diri yang berkelanjutan (Simarmata et al., 2020).

Matematika merupakan cabang ilmu yang memiliki peran krusial dalam berbagai aspek kehidupan. Peranannya yang signifikan memungkinkan percepatan perkembangan dalam bidang ekonomi, teknologi, hingga sektor industri. Karena kontribusinya yang besar, matematika diajarkan mulai dari tingkat sekolah dasar hingga perguruan tinggi (Amallia & Unaenah, 2018).

Pembelajaran matematika idealnya mampu mengubah cara pandang siswa bahwa matematika bukan sekadar perhitungan angka semata. Sayangnya, masih banyak siswa yang merasa bahwa matematika adalah pelajaran yang sulit. Pandangan ini sering membuat siswa menyerah sebelum mencoba memahami materi. Akibatnya, mereka cenderung menghafal konsep dari buku atau guru tanpa benar-benar memahaminya (Amallia & Unaenah, 2018). Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan ini adalah melalui pembelajaran berbasis teknologi (Yani et al., 2019).

Kemajuan teknologi, khususnya dalam informasi dan komunikasi, memberikan dampak positif dan manfaat besar di berbagai bidang. Transisi dari mesin manual ke komputer modern meningkatkan kualitas hidup secara signifikan. Kini, komputer tidak hanya digunakan secara luas, tetapi juga dimaksimalkan untuk meningkatkan efisiensi dan akurasi pekerjaan. Hal ini secara langsung mendorong produktivitas dan efektivitas dalam berbagai aktivitas (Surbakti et al., 2024).

Dalam berbagai bidang ilmu, sering kali ditemukan persoalan yang sulit diselesaikan menggunakan metode analitik, yaitu metode yang mengandalkan rumus-rumus aljabar atau formula matematika yang telah tersedia. Masalah matematika yang kompleks atau tingkat lanjut kerap dianggap tidak memiliki solusi, padahal sebenarnya bisa diselesaikan melalui pendekatan lain yaitu metode numerik. Oleh karena itu, memahami metode numerik menjadi sangat penting untuk menyelesaikan berbagai persoalan atau model matematika yang rumit.

Metode numerik adalah teknik untuk menyusun persoalan matematika agar dapat dipecahkan melalui operasi aritmatika sederhana seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Metode numerik merupakan pendekatan yang digunakan untuk memperoleh solusi secara numerik dari suatu model matematika, terutama ketika metode analitik tidak efektif atau memerlukan waktu yang lama untuk menemukan jawabannya. Dalam metode ini, penyelesaian dilakukan melalui proses perhitungan yang berulang secara sistematis. Setiap langkah perulangan dirancang agar hasil yang diperoleh semakin mendekati nilai sebenarnya dibandingkan hasil sebelumnya. Dengan melakukan perulangan yang cukup, solusi yang diperoleh bisa sangat dekat dengan solusi eksak. Oleh karena itu, metode numerik sering disebut juga sebagai metode pendekatan atau aproksimasi, karena nilai-nilai variabel yang dihitung merupakan estimasi terhadap nilai eksaknya. Nilai eksak itu sendiri hanya bisa diketahui apabila suatu persamaan dapat diselesaikan secara analitis, yang dalam konteks metode numerik sering kali tidak memungkinkan. Beragam teknik dalam metode numerik telah dikembangkan untuk menyelesaikan berbagai jenis persamaan matematika (Santoso, 2011). Hasil yang diperoleh dari penerapan metode ini dikenal sebagai solusi numerik atau solusi pendekatan. Dengan pemahaman yang baik mengenai metode numerik, seseorang dapat mengembangkan program komputer sendiri tanpa perlu membeli perangkat lunak mahal yang sudah tersedia di pasaran (Rozi & Rarasati, 2022).

Sistem persamaan linier adalah salah satu cabang dalam matematika yang mempelajari cara menyelesaikan masalah teknik dengan memanfaatkan aljabar linier (Candra & Santi, 2012). Solusi dari sistem persamaan linier sangat penting untuk menyelesaikan berbagai masalah di kehidupan sehari-hari. Namun, dalam menyelesaikan sistem persamaan linier dengan metode analitik sering kali mengalami kesulitan, terutama pada sistem persamaan linier yang kompleks. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik untuk menyelesaikan sistem tersebut. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan adalah metode iterasi Jacobi dan iterasi Gauss Seidel (Wandalia et al., 2020).

Metode iterasi Jacobi bekerja dengan cara menghitung nilai baru untuk semua n variabel pada setiap siklus iterasi, dan nilai tersebut akan menggantikan nilai-nilai sebelumnya setelah siklus iterasi selesai. Sementara itu, metode iterasi Gauss-Seidel pada dasarnya mirip dengan metode iterasi Jacobi. Perbedaannya, metode iterasi Gauss-Seidel menggunakan nilai dari salah satu variabel setelah dihitung dalam siklus iterasi yang sama. Metode ini disebut juga sebagai metode penggantian berturut-turut (Ihsan et al., 2024).

Penelitian ini sejalan dengan beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya. Penelitian yang dilakukan oleh Hisyam Ihsan, Maya Sari Wahyuni, dan Yully Sofyah Waode membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linear kompleks dengan metode iterasi jacobi dan gauss-seidel. Penelitian ini hanya membahas tentang penggunaan metode iterasi jacobi dan gauss seidel untuk menyelesaikan sistem persamaan linier kompleks tanpa memanfaatkan software tertentu. Sedangkan, penelitian yang akan dilakukan membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier menggunakan metode iterasi jacobi dan gauss seidel dengan memanfaatkan bahasa pemrograman python.

Kemudian, penelitian yang dilakukan oleh Bela Amelia membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier dengan metode iterasi gauss-seidel. Penelitian ini hanya membahas tentang penggunaan metode iterasi gauss seidel untuk menyelesaikan sistem persamaan linier tanpa memanfaatkan software tertentu. Sedangkan, penelitian yang akan dilakukan membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier tersebut menggunakan metode iterasi jacobi dan gauss seidel dengan memanfaatkan bahasa pemrograman python.

Terakhir, penelitian yang dilakukan oleh Bambang Agus Sulistyono, S. Samijo, dan Dian Devita Yohanie membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier pada rangkaian listrik dengan metode iterasi jacobi dan iterasi gauss-seidel. Penelitian ini membahas tentang penggunaan metode iterasi jacobi dan gauss seidel untuk menyelesaikan sistem persamaan linier pada rangkaian listrik tanpa memanfaatkan software tertentu. Sedangkan, penelitian yang akan dilakukan membahas tentang penyelesaian sistem persamaan linier pada bidang matematika menggunakan metode iterasi jacobi dan gauss seidel dengan memanfaatkan bahasa pemrograman python.

Penelitian-penelitian yang telah dilakukan hanya meneliti tentang bagaimana penyelesaian sistem persamaan linier baik dengan metode iterasi jacobi, iterasi gauss-seidel, maupun keduanya. Oleh karena itu, belum ada yang meneliti tentang penyelesaian sistem persamaan linier menggunakan software tertentu. Sehingga, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian tentang hal tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana penyelesaian sistem persamaan linier dengan metode iterasi jacobi dan iterasi gauss-seidel menggunakan bahasa pemrograman python.

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari beberapa tahapan sistematis yang dirancang untuk menganalisis serta membandingkan efektivitas metode Jacobi dan Gauss-Seidel dalam menyelesaikan sistem persamaan linear. Penelitian dimulai dengan kajian literatur yang bertujuan memperoleh pemahaman yang komprehensif mengenai konsep dasar, prinsip kerja, serta kelebihan dan kekurangan dari kedua metode numerik tersebut. Kajian dilakukan terhadap sumber-sumber ilmiah seperti buku teks, artikel jurnal, dan berbagai referensi daring yang kredibel.

Setelah memperoleh dasar teori yang memadai, dilakukan tahap pengembangan algoritma. Algoritma dari masing-masing metode disusun berdasarkan langkah-langkah matematis yang telah dikaji, kemudian diimplementasikan dalam bentuk program menggunakan bahasa pemrograman Python. Pemilihan Python didasarkan pada kemampuannya dalam menangani perhitungan numerik secara efisien. Implementasi mencakup proses permodelan sistem persamaan linear, penyederhanaan struktur model jika diperlukan, formulasi numerik berdasarkan karakteristik masing-masing metode, serta pengujian operasional melalui proses iterasi.

Tahap berikutnya adalah simulasi dan pengujian metode. Sistem persamaan linear yang digunakan telah ditentukan sebelumnya dengan memperhatikan syarat konvergensi agar kedua metode dapat dijalankan dengan baik. Dalam simulasi ini, setiap metode diuji untuk mengamati bagaimana proses iteratif berlangsung, termasuk konvergensi menuju solusi akhir. Melalui pendekatan ini, penelitian bertujuan memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai penerapan metode Jacobi dan Gauss-Seidel dalam menyelesaikan sistem persamaan linear.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Peneliti melakukan implementasi metode Iterasi Jacobi dan Iterasi Gauss-Seidel menggunakan bahasa pemrograman Python. Penelitian ini meneliti tentang penyelesaian sistem persamaan linier homogen dengan solusi trivial dan non-homogen dengan persamaan berikut ini,

Sistem persamaan linier homogen dengan solusi trivial:

$$x - y = 0$$
$$-x + 4y - 2z = 0$$
$$x - 3y + 5z - 2w = 0$$
$$-x + 4y - 3z + 2w = 0$$

Sistem persamaan linier non-homogen:

$$4x + y - z = 1$$
$$x + 4y + z = 2$$
$$x - y + 4z = 3$$

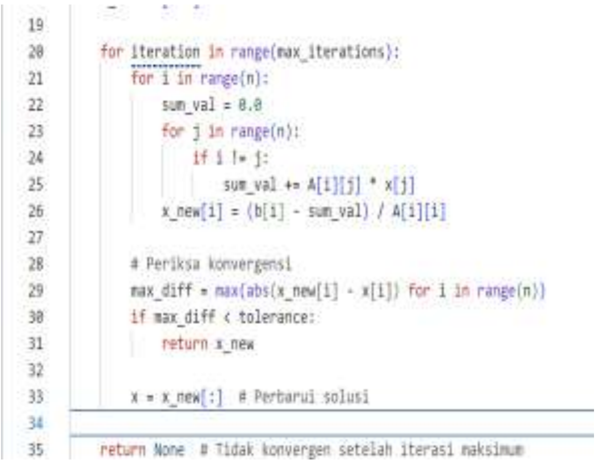
Penyelesaian sistem persamaan linier homogen dengan metode iterasi jacobi

$$x - y = 0$$
$$-x + 4y - 2z = 0$$
$$x - 3y + 5z - 2w = 0$$
$$-x + 4y - 3z + 2w = 0$$

Apabila persamaan tersebut dimasukan ke dalam bahasa pemrograman python sebagai berikut.

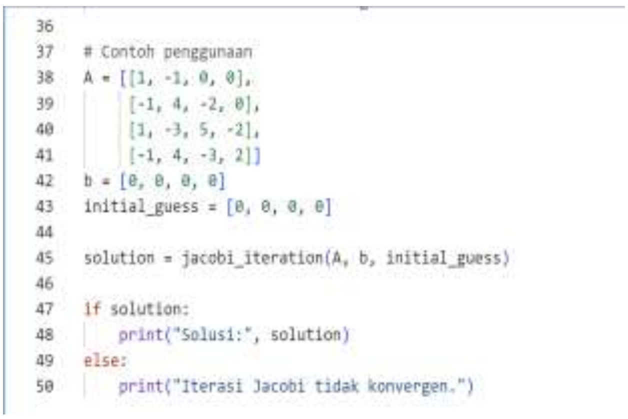
```
def jacobi_iteration(A, b, initial_guess, max_iterations=100, tolerance=1e-6):
    """
    Menyelesaikan SPL Ax = b menggunakan iterasi Jacobi.

    Args:
        A: Matriks koefisien (list of lists).
        b: Vektor hasil (list).
        initial_guess: Tebakan awal untuk solusi (list).
        max_iterations: Jumlah iterasi maksimum.
        tolerance: Toleransi konvergensi.

    Returns:
        Solusi perkiraan (list) atau None jika tidak konvergen.
    """

    n = len(A)
    x = initial_guess[:]  # Salin tebakan awal
    x_new = [0.0] * n
```

Gambar 1 Iterasi Jacobi Homogen



```

    for iteration in range(max_iterations):
        for i in range(n):
            sum_val = 0.0
            for j in range(n):
                if i != j:
                    sum_val += A[i][j] * x[j]
            x_new[i] = (b[i] - sum_val) / A[i][i]

        # Periksa konvergensi
        max_diff = max(abs(x_new[i] - x[i]) for i in range(n))
        if max_diff < tolerance:
            return x_new

        x = x_new[:]  # Perbarui solusi

    return None  # Tidak konvergen setelah iterasi maksimum
```

Gambar 2 Iterasi Jacobi Homogen



```

# Contoh penggunaan
A = [[1, -1, 0, 0],
     [-1, 4, -2, 0],
     [1, -3, 5, -2],
     [-1, 4, -3, 2]]
b = [0, 0, 0, 0]
initial_guess = [0, 0, 0, 0]

solution = jacobi_iteration(A, b, initial_guess)

if solution:
    print("Solusi:", solution)
else:
    print("Iterasi Jacobi tidak konvergen.")
```

Gambar 3 Iterasi Jacobi Homogen

Setelah memasukan perintah di bahasa pemrograman python dan membuka teriminal baru akan mengahasilkan output atau hasil dari iterasi jacobi sebagai beriku.

```
PROBLEMS   OUTPUT   DEBUG CONSOLE   TERMINAL   PORTS

PS C:\Users\HP> cd "c:\Users\HP\OneDrive"
PS C:\Users\HP\OneDrive> python jacobi.py
Solusi: [0.3714286247268319, 0.22857137583196163, 0.7142855813726783]
PS C:\Users\HP\OneDrive>
```

Gambar 4 Iterasi Jacobi Homogen

Penyelesaian sistem persamaan linier non-homogen dengan metode iterasi jacobi

$$4x + y - z = 1$$
$$x + 4y + z = 2$$
$$x - y + 4z = 3$$

Apabila persamaan tersebut dimasukan ke dalam bahasa pemrograman python sebagai berikut.

```python
def jacobi_iteration(A, b, initial_guess, max_iterations=100, tolerance=
    """
    Menyelesaikan SPL Ax = b menggunakan iterasi Jacobi.

    Args:
        A: Matriks koefisien (list of lists).
        b: Vektor hasil (list).
        initial_guess: Tebakan awal untuk solusi (list).
        max_iterations: Jumlah iterasi maksimum.
        tolerance: Toleransi konvergensi.

    Returns:
        Solusi perkiraan (list) atau None jika tidak konvergen.
    """

    n = len(A)
    x = initial_guess[:]  # Salin tebakan awal
    x_new = [0.0] * n
```

Gambar 5 Iterasi Jacobi Non-Homogen

```python

    for iteration in range(max_iterations):
        for i in range(n):
            sum_val = 0.0
            for j in range(n):
                if i != j:
                    sum_val += A[i][j] * x[j]
            x_new[i] = (b[i] - sum_val) / A[i][i]

        # Periksa konvergensi
        max_diff = max(abs(x_new[i] - x[i]) for i in range(n))
        if max_diff < tolerance:
            return x_new

        x = x_new[:]  # Perbarui solusi

    return None  # Tidak konvergen setelah iterasi maksimum
```

Gambar 6 Iterasi Jacobi Non-Homogen

```python

# Contoh penggunaan
A = [[4, 1, -1],
     [1, 4, 1],
     [1, -1, 4]]
b = [1, 2, 3]
initial_guess = [0, 0, 0]

solution = jacobi_iteration(A, b, initial_guess)

if solution:
    print("Solusi:", solution)
else:
    print("Iterasi Jacobi tidak konvergen.")
```

Gambar 7 Iterasi Jacobi Non-Homogen

Setelah memasukan perintah di bahasa pemrograman python dan membuka teriminal baru akan mengahasilkan output atau hasil dari iterasi jacobi sebagai beriku.

```
PROBLEMS   OUTPUT   DEBUG CONSOLE   TERMINAL   PORTS

PS C:\Users\HP> cd "c:\Users\HP\OneDrive"
PS C:\Users\HP\OneDrive> python jacobi2.py
Solusi: [0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
PS C:\Users\HP\OneDrive>
```

Gambar 8 Iterasi Jacobi Non-Homogen

Penyelesaian sistem persamaan linier homogen dengan metode iterasi gauss seidel

$$\boldsymbol{x} - y = 0$$
$$-x + 4y - 2z = 0$$
$$x - 3y + 5z - 2w = 0$$
$$-x + 4y - 3z + 2w = 0$$

Apabila persamaan tersebut dimasukan ke dalam bahasa pemrograman python sebagai berikut.

```python
def gauss_seidel_iteration(A, b, initial_guess, max_iterations=100, tolerance=1e-6):
    """
    Menyelesaikan SPL Ax = b menggunakan iterasi Gauss-Seidel.

    Args:
        A: Matriks koefisien (list of lists).
        b: Vektor hasil (list).
        initial_guess: Tebakan awal untuk solusi (list).
        max_iterations: Jumlah iterasi maksimum.
        tolerance: Toleransi konvergensi.

    Returns:
        Solusi perkiraan (list) atau None jika tidak konvergen.
    """

    n = len(A)
    x = initial_guess[:]  # Salin tebakan awal

```

Gambar 9 Iterasi Gauss Seidel Homogen

```python
    for iteration in range(max_iterations):
        x_old = x[:]  # Salin solusi sebelumnya untuk pemeriksaan konver
        for i in range(n):
            sum_val = 0.0
            for j in range(n):
                if i != j:
                    sum_val += A[i][j] * x[j]
            x[i] = (b[i] - sum_val) / A[i][i]

        # Periksa konvergensi
        max_diff = max(abs(x[i] - x_old[i]) for i in range(n))
        if max_diff < tolerance:
            return x

    return None  # Tidak konvergen setelah iterasi maksimum
```

Gambar 10 Iterasi Gauss Seidel Homogen

```python
# Contoh penggunaan
A = [[4, 1, -1],
     [1, 4, 1],
     [1, -1, 4]]
b = [1, 2, 3]
initial_guess = [0, 0, 0]

solution = gauss_seidel_iteration(A, b, initial_guess)

if solution:
    print("Solusi:", solution)
else:
    print("Iterasi Gauss-Seidel tidak konvergen.")
```

Gambar 11 Iterasi Gauss Seidel Homogen

Setelah memasukan perintah di bahasa pemrograman python dan membuka teriminal baru akan mengahasilkan output atau hasil dari iterasi gauss seidel sebagai beriku.

```
PROBLEMS    OUTPUT    DEBUG CONSOLE    TERMINAL    PORTS

PS C:\Users\HP> cd "c:\Users\HP\OneDrive"
PS C:\Users\HP\OneDrive> python seidel1.py
Solusi: [0.37142856712442995, 0.22857141698738714, 0.7142857124657394]
PS C:\Users\HP\OneDrive>
```

Gambar 12 Iterasi Gauss Seidel Homogen

Penyelesaian sistem persamaan linier non-homogen dengan metode iterasi gauss seidel

$$4x + y - z = 1$$
$$x + 4y + z = 2$$
$$x - y + 4z = 3$$

Apabila persamaan tersebut dimasukan ke dalam bahasa pemrograman python sebagai berikut.

```python
def gauss_seidel_iteration(A, b, initial_guess, max_iterations=100, tolerance=1e-6):
    """
    Menyelesaikan SPL Ax = b menggunakan iterasi Gauss-Seidel.

    Args:
        A: Matriks koefisien (list of lists).
        b: Vektor hasil (list).
        initial_guess: Tebakan awal untuk solusi (list).
        max_iterations: Jumlah iterasi maksimum.
        tolerance: Toleransi konvergensi.

    Returns:
        Solusi perkiraan (list) atau None jika tidak konvergen.
    """

    n = len(A)
    x = initial_guess[:]  # Salin tebakan awal

```

Gambar 13 Iterasi Gauss Seidel Non-Homogen

```python
    for iteration in range(max_iterations):
        x_old = x[:]  # Salin solusi sebelumnya untuk pemeriksaan konvergensi
        for i in range(n):
            sum_val = 0.0
            for j in range(n):
                if i != j:
                    sum_val += A[i][j] * x[j]
            x[i] = (b[i] - sum_val) / A[i][i]

        # Periksa konvergensi
        max_diff = max(abs(x[i] - x_old[i]) for i in range(n))
        if max_diff < tolerance:
            return x

    return None  # Tidak konvergen setelah iterasi maksimum
```

Gambar 14 Iterasi Gauss Seidel Non-Homogen

```python
# Contoh penggunaan
A = [[1, -1, 0, 0],
     [-1, 4, -2, 0],
     [1, -3, 5, -2],
     [-1, 4, -3, 2]]
b = [0, 0, 0, 0]
initial_guess = [0, 0, 0, 0]        (variable) initial_guess: list[int]

solution = gauss_seidel_iteration(A, b, initial_guess)

if solution:
    print("Solusi:", solution)
else:
    print("Iterasi Gauss-Seidel tidak konvergen.")
```

Gambar 15 Iterasi Gauss Seidel Non-Homogen

Setelah memasukan perintah di bahasa pemrograman python dan membuka teriminal baru akan mengahasilkan output atau hasil dari iterasi gauss seidel sebagai beriku.

```
PROBLEMS    OUTPUT    DEBUG CONSOLE    TERMINAL    PORTS

PS C:\Users\HP> cd "c:\Users\HP\OneDrive"
PS C:\Users\HP\OneDrive> python seidel2.py
Solusi: [0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
PS C:\Users\HP\OneDrive>
```

Gambar 16 Iterasi Gauss Seidel Non-Homogen

Pembahasan

Sistem Persamaan Linier

Sistem Persamaan Linier (SPL) yang terdiri dari m persamaan dan n variabel dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks AX = B, di mana A adalah matriks berukuran m × n dengan elemen-elemen yang berasal dari lapangan F. SPL disebut non-homogen jika B bukan matriks nol, sedangkan jika B adalah matriks nol, maka SPL disebut homogen. SPL homogen AX = O selalu memiliki solusi yang disebut penyelesaian trivial, yaitu X = O. Sementara itu, penyelesaian dikatakan tidak trivial jika X ≠ O. SPL homogen AX = O dengan A sebagai matriks atas lapangan F memiliki solusi tak trivial jika jumlah variabel lebih banyak dibandingkan jumlah persamaan (Santoso, n.d., 2007).

Python

Python merupakan bahasa pemrograman yang bersifat dinamis dan tingkat tinggi, yang berfungsi sebagai bahasa interpreter, yaitu bahasa yang mengubah kode sumber menjadi kode mesin secara langsung saat program dijalankan. Bahasa ini juga mendukung paradigma pemrograman berorientasi objek untuk pengembangan aplikasi, mudah dipelajari, dan menawarkan berbagai struktur data tingkat tinggi (Suharto, 2023). Beberapa kegunaan bahasa Python antara lain, Python dapat digunakan di server untuk mengembangkan aplikasi web, bekerja sama dengan perangkat lunak lain untuk membangun alur kerja, terhubung ke sistem basis data, membaca dan mengubah file, mengelola data besar serta melakukan perhitungan matematis kompleks, dan juga digunakan untuk pembuatan prototipe dengan cepat atau pengembangan perangkat lunak yang siap diproduksi (Ma'arif, 2020).

Salah satu keunggulan utama Python terletak pada kemampuannya dalam menyelesaikan persoalan secara lebih akurat dan efisien dibandingkan metode manual tradisional. Keunggulan ini menjadikan Python sebagai alat bantu yang sangat potensial dalam dunia pendidikan, khususnya dalam pembelajaran matematika. Pada materi Permukaan Ruang, yang melibatkan konsep grafik fungsi dua variabel, Python dapat dimanfaatkan untuk membuat visualisasi grafik tiga dimensi secara interaktif dan informatif. Visualisasi ini tidak hanya membantu siswa dalam memahami hubungan antara variabel-variabel dalam suatu fungsi, tetapi juga mempermudah guru dalam menyampaikan materi yang bersifat abstrak (Surbakti et al., 2024).

Metode Iterasi Jacobi

Metode Jacobi merupakan salah satu pendekatan dalam analisis numerik yang dimanfaatkan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear (Ihsan et al., 2024b). Metode ini diperkenalkan oleh Carl Gustav Jakob Jacobi, seorang matematikawan Jerman, pada awal tahun 1800-an. Ketika metode eliminasi, substitusi, dan determinan dianggap kurang efisien untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan jumlah persamaan lebih dari tiga ($n > 3$), maka metode iteratif pun dipilih sebagai alternatif (Nisa et al, n.d., 2020). Persamaan umum pada iterasi jacobi adalah sebagai berikut.

$$x_1 = \frac{b_1 - \sum_{j \neq i}^{n} a_{ij} x_j^{(k-1)}}{a_{ii}}$$

Metode Iterasi Gauss Seidel

Metode Gauss-Seidel merupakan metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear secara iteratif, di mana nilai yang diperoleh pada iterasi sebelumnya digunakan sebagai nilai awal dalam proses iterasi berikutnya. Meskipun memiliki kelebihan dan kekurangan serupa dengan metode iterasi Jacobi, iterasi Gauss-Seidel cenderung lebih cepat dalam proses penyelesaiannya dibandingkan metode Jacobi. Metode ini dikembangkan oleh Johann Carl Friedrich Gauss (1777–1855) bersama dengan Philipp Ludwig von Seidel (1821–1896) (Amelia, 2024). Metode Gauss-Seidel merupakan salah satu teknik yang digunakan untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linear (SPL) berskala besar, khususnya yang mengandung banyak koefisien nol, seperti yang sering ditemui pada sistem persamaan diferensial.

Metode ini dikembangkan berdasarkan ide bahwa pendekatan iteratifnya dapat memberikan hasil yang lebih efisien dibandingkan metode langsung. Selain itu, dari segi waktu, metode Gauss-Seidel juga dianggap lebih hemat dan cepat. Proses iterasi dihentikan apabila selisih antara nilai xi (untuk i = 1 sampai n) dengan nilai xi dari iterasi sebelumnya telah lebih kecil dari batas toleransi kesalahan yang telah ditentukan sebelumnya (Amelia, 2024). Persamaan umum pada iterasi Gauss-Seidel adalah sebagai berikut.

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k-1)}}{a_{ii}}$$

Galat penyelesaian SPL metode iterasi jacobi dan iterasi gauss-seidel

Penyelesaian sistem persamaan linier non-homogen dengan metode analitik untuk iterasi jacobi didapatkan nilai variable x = 0,3125, y = 0,25, dan z = 0,8125. Sedangkan, untuk iterasi gauss-seidel didapatkan nilai variabel x = 0,3398438, y = 0,2158203, dan z = 0,7189941. Sehingga, diperoleh galat dari kedua iterasi sebagai berikut.

Tabel 1 Hasil Iterasi

Variabel	Iterasi Jacobi	Iterasi Gauss-seidel
X	0,0589286	0,0315847
Y	0,0214286	0,0127511
Z	0,0982144	0,0047083

SIMPULAN

Metode iterasi Jacobi beroperasi dengan cara menghitung nilai baru untuk semua variabel dalam satu siklus iterasi, yang kemudian menggantikan nilai-nilai lama setelah siklus tersebut selesai. Sebaliknya, metode iterasi Gauss-Seidel memiliki prinsip dasar yang serupa dengan metode Jacobi, namun perbedaannya terletak pada penggunaan nilai variabel yang baru dihitung dalam siklus iterasi yang sama. Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh bahwa sistem persamaan linier dapat diselesaikan dengan metode iterasi Jacobi dan iterasi Gauss-Seidel menggunakan bahasa pemrograman python.

Nilai variabel yang dihasilkan memiliki galat yang relatif rendah dari nilai variabel dengan perhitungan analitik. Penelitian ini memberikan kontribusi praktis dalam bidang komputasi numerik dengan menunjukkan bagaimana metode iteratif seperti

Jacobi dan Gauss-Seidel dapat diimplementasikan secara efektif menggunakan bahasa pemrograman Python. Hal ini membuka peluang bagi mahasiswa, peneliti, dan praktisi teknik untuk menyelesaikan sistem persamaan linier secara efisien, terutama dalam kasus yang kompleks atau berdimensi besar yang sulit diselesaikan secara analitik. Implikasi dari penelitian ini mencakup peningkatan pemahaman terhadap algoritma iteratif dan potensi penggunaannya. Selain itu, hasil penelitian ini dapat dijadikan dasar untuk pengembangan perangkat lunak numerik yang lebih canggih atau sebagai bahan ajar dalam pembelajaran metode numerik berbasis pemrograman.

DAFTAR PUSTAKA

Amallia, N., & Unaenah, E. (2018). Analisis Kesulitan Belajar Matematika Pada Siswa Kelas III Sekolah Dasar. In *Nurul Amallia-Een Unaenah Attadib Journal Of Elementary Education* (Vol. 3, Issue 2).

buku python. (n.d.).

Candra, R., & Santi, N. (2012). Implementasi Sistem Persamaan Linier menggunakan Metode Aturan Cramer. *Jurnal Teknologi Informasi DINAMIK*, *17*(1), 34–38.

Santoso, D. (2007). *Eksistensi Penyelesaian Tak Trivial Sistem Persaman Linier Homogen Atas Ring Komutatif*. Universitas Airlangga.

FUNDAMENTAL BAHASA PEMROGRAMAN PYTHON Agus Suharto PENERBIT CV.EUREKA MEDIA AKSARA. (n.d.).

Ihsan, H., Wahyuni, M. S., & Waode, Y. S. (2024a). Penerapan Metode Iterasi Jacobi dan Gauss-Seidel dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Kompleks. In *Journal of Mathematics* (Vol. 7, Issue 1). http://www.ojs.unm.ac.id/jmathcos

Ihsan, H., Wahyuni, M. S., & Waode, Y. S. (2024b). Penerapan Metode Iterasi Jacobi dan Gauss-Seidel dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Kompleks. In *Journal of Mathematics* (Vol. 7, Issue 1). http://www.ojs.unm.ac.id/jmathcos

Gatot, F., & Santoso, I. (2011). Analisis Perbandingan Metode Numerik dalam Menyelesaikan Persamaan-persamaan Serentak. *Widya Warta*, *No. 1*, 19–39.

Program, B. A., Matematika, S. P., Keguruan, F., Pendidikan, I., Pahlawan, U., Tambusai, T., Tuanku, J., No, T., 23, K., Bangkinang, K., & Kampar, R. (n.d.). Sistem Persamaan Linear dengan Metode Gauss Seidel. *Jurnal Pustaka Cendekia Pendidikan*, *02*(02), 132–136.

Rozi, S., & Rarasati, N. (2022). Template Metode Numerik pada Excel untuk menemukan Solusi dari Persamaan Nonlinier. *AXIOM : Jurnal Pendidikan Dan Matematika*, *11*(1), 33. https://doi.org/10.30821/axiom.v11i1.11254

Simarmata, Y., Wedyawati, N., & Sri Rejeki Hutagaol, A. (2020). Analisis Literasi Matematika pada Penyelesaian Soal Cerita Siswa Kelas V Sekolah Dasar. *J-PiMat*, *VOL 2*(No.1), 100–105.

Surbakti, N. M., Angelyca Angelyca, Anita Talia, Cecilia Br Perangin-Angin, Dina Olivia Nainggolan, Nia Devi Friskauly, & Sikap Ruth Br Tumorang. (2024). Penggunaan Bahasa Pemrograman Python dalam Pembelajaran Kalkulus Fungsi Dua Variabel. *Algoritma : Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, Kebumian Dan Angkasa*, *2*(3), 98–107. https://doi.org/10.62383/algoritma.v2i3.67

Wandalia, E., & Matematika, P. (n.d.). ANALISIS KONVERGENSI METODE ITERASI JACOBI DALAM MENYELESAIKAN PERSAMAAN SISTEM LINIER MATRIKS. In *Duniailmu.org* (Vol. 3, Issue 1).

Yani Harahap Logika, S., Yani Harahap, S., Khairani, M., & Masitoh, S. (2019). Logika (Vlog Matematika): Solusi dalam Menciptakan Generasi Cerdas dan Berbudaya. *Jurnal Equation*, *2*(1).